

Correction du DL3

Niveau 1

1. Pour tout réel x , on a

$$\begin{aligned}x - 3 = -2 &\iff x = -2 + 3 \\&\iff x = 1.\end{aligned}$$

L'équation admet une unique solution qui est 1.

2. Pour tout réel x , on a

$$\begin{aligned}2x + 9 = 7x - 6 &\iff 9 + 6 = 7x - 2x \\&\iff 15 = 5x \\&\iff 3 = x.\end{aligned}$$

L'équation admet une unique solution qui est 3.

3. Pour tout réel x , on a

$$-6x \leq 18 \iff x \geq -3.$$

L'ensemble des solutions de l'inéquation est $[-3, +\infty[$.

4. Pour tout réel x , on a

$$\begin{aligned}-3x - 4 > x + 2 &\iff -4 - 2 > x + 3x \\&\iff -6 > 4x \\&\iff -\frac{3}{2} > x \\&\iff x < -\frac{3}{2}.\end{aligned}$$

L'ensemble des solutions de l'inéquation est $]-\infty, -\frac{3}{2}[$.

5. Pour tout réel x , on a

$$\begin{aligned}(x + 3)(5x - 10) = 0 &\iff x + 3 = 0 \text{ ou } 5x - 10 = 0 \\&\iff x = -3 \text{ ou } 5x = 10 \\&\iff x = -3 \text{ ou } x = 2.\end{aligned}$$

L'équation admet deux solutions qui sont -3 et 2 .

6. Pour tout réel x , on a

$$\begin{aligned}x^2 - x = 0 &\iff x(x - 1) = 0 \\&\iff x = 0 \text{ ou } x - 1 = 0 \\&\iff x = 0 \text{ ou } x = 1.\end{aligned}$$

L'équation admet deux solutions qui sont 0 et 1.

- 7.

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	2	$+\infty$
$-x + 2$	+	+	0	−
$2x + 1$	−	0	+	+
$(-x + 2)(2x + 1)$	−	0	0	−

L'ensemble des solutions de l'inéquation $(-x + 2)(2x + 1) \geq 0$ est $\left[-\frac{1}{2}, 2\right]$.

8. Pour tout réel x , on a

$$x^2 - 1 > 0 \iff (x+1)(x-1) > 0.$$

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$x+1$	$-$	0	$+$	$+$
$x-1$	$-$	$-$	0	$+$
$(x+1)(x-1)$	$+$	0	$-$	$+$

L'ensemble des solutions de l'inéquation est $]-\infty, -1[\cup]1, +\infty[$.

9. Pour tout réel x différent de 2, on a

$$\frac{6-3x}{x-2} = 0 \iff 6-3x = 0$$

$$\iff 6 = 3x$$

$$\iff 2 = x.$$

L'équation n'a pas de solution.

10.

x	$-\infty$	$-\frac{2}{5}$	1	$+\infty$
$5x+2$	$-$	0	$+$	$+$
$-3x+3$	$+$	$+$	0	$-$
$\frac{5x+2}{-3x+3}$	$-$	0	$+$	$-$

L'ensemble des solutions de l'inéquation $\frac{5x+2}{-3x+3} \leq 0$ est $]-\infty, -\frac{2}{5}] \cup]1, +\infty[$.

Niveau 2

11. Pour tout réel x , on a

$$-x + \frac{2}{3} = \frac{3}{4} \iff \frac{2}{3} - \frac{3}{4} = x$$

$$\iff -\frac{1}{12} = x.$$

L'équation admet une unique solution qui est $-\frac{1}{12}$.

12. Pour tout réel x , on a

$$\frac{1}{2}x - 3 = 2x - \frac{7}{3} \iff -3 + \frac{7}{3} = 2x - \frac{1}{2}x$$

$$\iff -\frac{2}{3} = \frac{3}{2}x$$

$$\iff -\frac{2}{3} : \frac{3}{2} = x$$

$$\iff -\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = x$$

$$\iff -\frac{4}{9} = x.$$

L'équation admet une unique solution qui est $-\frac{4}{9}$.

13. Pour tout réel x , on a

$$\begin{aligned} -\sqrt{2}x &\geq -\sqrt{18} \Leftrightarrow x \leq \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}} \\ &\Leftrightarrow x \leq \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \\ &\Leftrightarrow x \leq 3. \end{aligned}$$

L'ensemble des solutions de l'inéquation est $]-\infty, 3]$.

14. Pour tout réel x , on a

$$\begin{aligned} \frac{2}{3}x + 4 &> -\frac{x}{4} - \frac{1}{12} \Leftrightarrow \frac{2}{3}x + \frac{1}{4}x > -\frac{1}{12} - 4 \\ &\Leftrightarrow \frac{11}{12}x > -\frac{49}{12} \\ &\Leftrightarrow x > -\frac{49}{12} : \frac{11}{12} \\ &\Leftrightarrow x > -\frac{49}{11}. \end{aligned}$$

L'ensemble des solutions de l'inéquation est $]-\frac{49}{11}, +\infty[$

15. Pour tout réel x , on a

$$\begin{aligned} 2x(-3x + 1) &= 0 \Leftrightarrow 2x = 0 \text{ ou } -3x + 1 = 0 \\ &\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } 1 = 3x \\ &\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } \frac{1}{3} = x. \end{aligned}$$

L'équation admet deux solutions qui sont 0 et $\frac{1}{3}$.

16. Pour tout réel x , on a

$$\begin{aligned} 49 - 9x^2 &= 0 \Leftrightarrow (7 - 3x)(7 + 3x) = 0 \\ &\Leftrightarrow 7 - 3x = 0 \text{ ou } 7 + 3x = 0 \\ &\Leftrightarrow 7 = 3x \text{ ou } 3x = -7 \\ &\Leftrightarrow \frac{7}{3} = x \text{ ou } x = -\frac{7}{3}. \end{aligned}$$

L'équation admet deux solutions qui sont $\frac{7}{3}$ et $-\frac{7}{3}$.

17.

x	$-\infty$	-1	$\frac{1}{2}$	5	$+\infty$
$-4x + 2$	+	+	0	-	-
$5 - x$	+	+	+	0	-
$x + 1$	-	0	+	+	+
$(-4x + 2)(5 - x)(x + 1)$	-	0	+	0	+

L'ensemble des solutions de l'inéquation $(-4x + 2)(5 - x)(x + 1) \geq 0$ est $\left[-1, \frac{1}{2}\right] \cup [5, +\infty[$.

18. Pour tout réel x , on a

$$4x^2 - 4x + 1 < 0 \iff (2x - 1)^2 < 0.$$

Or un carré est toujours positif, donc l'inéquation n'a pas de solution.

19. Pour tout réel x différent de 1, on a

$$\begin{aligned} \frac{2x-1}{x-1} - 3 &= 0 \iff \frac{2x-1}{x-1} - \frac{3(x-1)}{x-1} = 0 \\ &\iff \frac{2x-1-3x+3}{x-1} = 0 \\ &\iff \frac{-x+2}{x-1} = 0 \\ &\iff -x+2 = 0 \\ &\iff 2 = x. \end{aligned}$$

L'équation admet une unique solution qui est 2.

20. Pour tout réel x différent de -3 , on a

$$\begin{aligned} \frac{4x-1}{x+3} \leq 2 &\iff \frac{4x-1}{x+3} - 2 \leq 0 \\ &\iff \frac{4x-1-2(x+3)}{x+3} \leq 0 \\ &\iff \frac{4x-1-2x-6}{x+3} \leq 0 \\ &\iff \frac{2x-7}{x+3} \leq 0. \end{aligned}$$

x	$-\infty$	-3	$\frac{7}{2}$	$+\infty$
$2x-7$		$-$	0	$+$
$x+3$	$-$	0	$+$	$+$
$\frac{2x-7}{x+3}$	$+$	$-$	0	$+$

L'ensemble des solutions de l'inéquation est $\left]-3, \frac{7}{2}\right]$.

Niveau 3

21. Pour tout réel x , on a

$$\begin{aligned} 2x + \sqrt{3} &= \sqrt{27} \iff 2x = \sqrt{27} - \sqrt{3} \\ &\iff 2x = 3\sqrt{3} - \sqrt{3} \\ &\iff 2x = 2\sqrt{3} \\ &\iff x = \sqrt{3}. \end{aligned}$$

L'équation admet une unique solution qui est $\sqrt{3}$.

22. Pour tout réel x , on a

$$\begin{aligned} \frac{4}{3}(x-3) &= 5 - 4\left(\frac{1}{2} - x\right) \iff \frac{4}{3}x - 4 = 5 - 2 + 4x \\ &\iff \frac{4}{3}x - 4 = 3 + 4x \\ &\iff -4 - 3 = 4x - \frac{4}{3}x \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow -7 = \frac{8}{3}x$$

$$\Leftrightarrow -7 \times \frac{3}{8} = x$$

$$\Leftrightarrow -\frac{21}{8} = x.$$

L'équation admet une unique solution qui est $-\frac{21}{8}$.

23. Pour tout réel x , on a

$$\begin{aligned}\sqrt{5}x + \sqrt{80} < 3\sqrt{20} &\Leftrightarrow \sqrt{5}x < 3\sqrt{20} - \sqrt{80} \\ &\Leftrightarrow \sqrt{5}x < 3(2\sqrt{5}) - 4\sqrt{5} \\ &\Leftrightarrow \sqrt{5}x < 6\sqrt{5} - 4\sqrt{5} \\ &\Leftrightarrow \sqrt{5}x < 2\sqrt{5} \\ &\Leftrightarrow x < 2.\end{aligned}$$

L'ensemble des solutions de l'inéquation est $]-\infty, 2[$.

24. Pour tout réel x , on a

$$\begin{aligned}\frac{x-5}{3} < \frac{x}{2} - 1 &\Leftrightarrow 6 \times \frac{x-5}{3} < 6\left(\frac{x}{2} - 1\right) \\ &\Leftrightarrow 2(x-5) < 3x - 6 \\ &\Leftrightarrow 2x - 10 < 3x - 6 \\ &\Leftrightarrow -10 + 6 < 3x - 2x \\ &\Leftrightarrow -4 < x \\ &\Leftrightarrow x > -4.\end{aligned}$$

L'ensemble des solutions de l'inéquation est $]-4, +\infty[$.

25. Pour tout réel x , on a

$$\begin{aligned}(2x-1)(3x+4) - (x+3)(3x+4) = 0 &\Leftrightarrow (3x+4)[(2x-1) - (x+3)] = 0 \\ &\Leftrightarrow (3x+4)(x-4) = 0 \\ &\Leftrightarrow 3x+4 = 0 \text{ ou } x-4 = 0 \\ &\Leftrightarrow 3x = -4 \text{ ou } x = 4 \\ &\Leftrightarrow x = -\frac{4}{3} \text{ ou } x = 4.\end{aligned}$$

L'équation admet deux solutions qui sont $-\frac{4}{3}$ et 4.

26. Pour tout réel x , on a

$$\begin{aligned}8x^3 - 2x = 0 &\Leftrightarrow 2x(4x^2 - 1) = 0 \\ &\Leftrightarrow 2x(2x+1)(2x-1) = 0 \\ &\Leftrightarrow 2x = 0 \text{ ou } 2x+1 = 0 \text{ ou } 2x-1 = 0 \\ &\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } 2x = -1 \text{ ou } 2x = 1 \\ &\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = -\frac{1}{2} \text{ ou } x = \frac{1}{2}.\end{aligned}$$

L'équation admet trois solutions qui sont 0, $-\frac{1}{2}$ et $\frac{1}{2}$.

27. Pour tout réel x , on a

$$\begin{aligned}(x+2)^2 \geq (-2x+1)(3x+6) &\Leftrightarrow (x+2)^2 - 3(-2x+1)(x+2) \geq 0 \\ &\Leftrightarrow (x+2)[(x+2) - 3(-2x+1)] \geq 0\end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow (x+2)[x+2+6x-3] \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (x+2)(7x-1) \geq 0.$$

x	$-\infty$	-2	$\frac{1}{7}$	$+\infty$
$x+2$	$-$	0	$+$	$+$
$7x-1$	$-$	$-$	0	$+$
$(x+2)(7x-1)$	$+$	0	0	$+$

L'ensemble des solutions de l'inéquation est $]-\infty, -2] \cup \left[\frac{1}{7}, +\infty\right[$.

28. Pour tout réel x , on a

$$x^2 - 2x + 1 < 2x - 2 + (4x + 1)(x - 1) \Leftrightarrow (x - 1)^2 - 2(x - 1) - (4x + 1)(x - 1) < 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 1)[(x - 1) - 2 - (4x + 1)] < 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 1)(-3x - 4) < 0.$$

x	$-\infty$	$-\frac{4}{3}$	1	$+\infty$
$x - 1$	$-$	$-$	0	$+$
$-3x - 4$	$+$	0	$-$	$-$
$(x - 1)(-3x - 4)$	$-$	0	0	$-$

L'ensemble des solutions de l'inéquation est $]-\infty, -\frac{4}{3}[\cup]1, +\infty[$.

29. Pour tout réel x différent de 1 et de $-\frac{2}{3}$, on a

$$\begin{aligned} \frac{3x+2}{x-1} = \frac{x-1}{3x+2} &\Leftrightarrow \frac{3x+2}{x-1} - \frac{x-1}{3x+2} = 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{(3x+2)^2 - (x-1)^2}{(x-1)(3x+2)} = 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{[(3x+2) + (x-1)][(3x+2) - (x-1)]}{(x-1)(3x+2)} = 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{(4x+1)(2x+3)}{(x-1)(3x+2)} = 0 \\ &\Leftrightarrow (4x+1)(2x+3) = 0 \\ &\Leftrightarrow 4x+1 = 0 \text{ ou } 2x+3 = 0 \\ &\Leftrightarrow 4x = -1 \text{ ou } 2x = -3 \\ &\Leftrightarrow x = -\frac{1}{4} \text{ ou } x = -\frac{3}{2}. \end{aligned}$$

L'équation admet deux solutions qui sont $-\frac{1}{4}$ et $-\frac{3}{2}$.

30. Pour tout réel x différent de 2 et de -2 , on a

$$\frac{3-x}{x^2-4} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{3-x}{(x+2)(x-2)} \geq 0.$$

x	$-\infty$	-2	2	3	$+\infty$
$3 - x$	+	+	+	0	−
$x + 2$	−	0	+	+	+
$x - 2$	−	−	0	+	+
$\frac{3-x}{(x+2)(x-2)}$	+	−	+	0	−

L'ensemble des solutions de l'inéquation est $] -\infty, -2[\cup] 2, 3]$.