

Correction du DL1

Niveau 1

1. $\frac{42}{60} = \frac{21}{30} = \frac{7}{10}$.
2. $\frac{1}{3} + \frac{5}{6} = \frac{2}{6} + \frac{5}{6} = \frac{7}{6}$.
3. $9 \times \frac{17}{9} = 17$.
4. L'opposé de -3 est 3 .
5. L'inverse de $\frac{7}{2}$ est $\frac{2}{7}$.
6. $\frac{5}{3} : \frac{1}{2} = \frac{5}{3} \times 2 = \frac{10}{3}$.
7. $2^3 \times 2^{-4} = 2^{-1}$.
8. $\frac{3^5}{3^{-2}} = 3^7$.
9. $(5^2)^{-3} = 5^{-6}$.
10. $(3 \times 2)^{-4} = 3^{-4} \times 2^{-4}$.
11. $\left(\frac{11}{3}\right)^2 = \frac{11^2}{3^2}$.
12. La proposition « $2 \times 3^4 = 6^4$ » est fausse. En effet, on a

$$2 \times 3^4 = 2 \times 81 = 162 \quad \text{tandis que} \quad 6^4 = (6^2)^2 = 36 \times 36 > 162.$$
13. $\sqrt{9} = 3$.
14. La proposition « $\sqrt{36 + 64} = \sqrt{36} + \sqrt{64}$ » est fausse. En effet, on a

$$\sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10 \quad \text{tandis que} \quad \sqrt{36} + \sqrt{64} = 6 + 8 = 14.$$
15. $(\sqrt{3})^2 = 3$.
16. $\sqrt{(-37)^2} = |-37| = 37$.
17. $\sqrt{45} = \sqrt{9 \times 5} = \sqrt{9} \times \sqrt{5} = 3\sqrt{5}$.
18. $\frac{1}{\sqrt{7}} = \frac{1 \times \sqrt{7}}{\sqrt{7} \times \sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7}}{7}$.
19. $|-6| = 6$.
20. La proposition « pour tout réel x , on a $\sqrt{x^2} = x$ » est fausse. En effet, pour $x = -3$, on a

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{(-3)^2} = \sqrt{9} = 3 \neq x.$$

Une proposition exacte serait « pour tout réel x , on a $\sqrt{x^2} = |x|$ ».

Niveau 2

21. $\frac{84}{63} = \frac{28}{21} = \frac{4}{3}$.
22. $\frac{2}{3} - \frac{5}{4} + \frac{1}{6} = \frac{8}{12} - \frac{15}{12} + \frac{2}{12} = -\frac{5}{12}$.
23. $\frac{45}{14} \times \frac{49}{36} = \frac{9 \times 5 \times 7 \times 7}{2 \times 7 \times 9 \times 4} = \frac{35}{8}$.
24. L'opposé de $\sqrt{2} - 1$ est $1 - \sqrt{2}$.
25. L'inverse de -1 est -1 .
26. $25 : \frac{15}{8} = 25 \times \frac{8}{15} = 5 \times 5 \times \frac{8}{5 \times 3} = \frac{40}{3}$.
27. $3^{-6} \times 3 \times 3^{-2} = 3^{-6} \times 3^1 \times 3^{-2} = 3^{-7}$.

28. $\frac{2^{-8}}{16 \times 2^{-7}} = \frac{2^{-8}}{2^4 \times 2^{-7}} = \frac{2^{-8}}{2^{-3}} = 2^{-5}.$
29. $(7^{-8})^{-1} \times \frac{1}{7^3} = \frac{7^8}{7^3} = 7^5.$
30. $(2 \times 5 \times 7)^3 = 2^3 \times 5^3 \times 7^3.$
31. $4^3 \times \left(\frac{5}{2}\right)^9 = (2^2)^3 \times \frac{5^9}{2^9} = 2^6 \times \frac{5^9}{2^9} = \frac{5^9}{2^3}.$
32. La proposition « $2^{13} + 2^{13} = 2^{14}$ » est vraie. En effet, on a

$$2^{13} + 2^{13} = 2 \times 2^{13} = 2^1 \times 2^{13} = 2^{14}.$$
33. $\sqrt{0,25} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{4}} = \frac{1}{2} = 0,5.$
34. La proposition « $\sqrt{100 - 36} = \sqrt{100} - \sqrt{36}$ » est fausse. En effet, on a

$$\sqrt{100 - 36} = \sqrt{64} = 8 \quad \text{tandis que} \quad \sqrt{100} - \sqrt{36} = 10 - 6 = 4.$$
35. $\sqrt{7} \times 2\sqrt{7} = \sqrt{7} \times 2 \times \sqrt{7} = 2 \times \sqrt{7} \times \sqrt{7} = 2 \times (\sqrt{7})^2 = 2 \times 7 = 14.$
36. $(-3\sqrt{2})^4 = (-3 \times \sqrt{2})^4 = (-3)^4 \times (\sqrt{2})^4 = 81 \times 4 = 324.$
37. $\sqrt{72} - 3\sqrt{2} + \sqrt{8} = \sqrt{36 \times 2} - 3\sqrt{2} + \sqrt{4 \times 2} = \sqrt{36} \times \sqrt{2} - 3\sqrt{2} + \sqrt{4} \times \sqrt{2} = 6\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 5\sqrt{2}.$
38. $\frac{10}{\sqrt{5}} = \frac{10 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{10\sqrt{5}}{5} = 2\sqrt{5}.$
39. $|-2 + 3| = |1| = 1.$
40. La proposition « pour tout réel x , on a $\sqrt{9x^2} = 3x$ » est fausse. En effet, pour $x = -1$, on a

$$\sqrt{9x^2} = \sqrt{9 \times (-1)^2} = \sqrt{9} = 3 \neq 3x.$$

 Une proposition exacte serait « pour tout réel x , on a $\sqrt{9x^2} = 3|x|$ ».

Niveau 3

41. $\frac{126}{168} = \frac{63}{84} = \frac{21}{28} = \frac{3}{4}.$
42. $\frac{5}{6} - \frac{7}{9} + \frac{11}{12} = \frac{30}{36} - \frac{28}{36} + \frac{33}{36} = \frac{35}{36}.$
43. $\frac{28}{15} \times \frac{7}{9} \times \frac{45}{14} = \frac{14 \times 2 \times 7 \times 15 \times 3}{15 \times 9 \times 14} = \frac{2 \times 7 \times 3}{3 \times 3} = \frac{14}{3}.$
44. L'opposé de $\frac{3 - \sqrt{5}}{2}$ est $\frac{\sqrt{5} - 3}{2}.$
45. L'inverse de $-\frac{2}{\sqrt{7}}$ est $-\frac{\sqrt{7}}{2}.$
46. $\frac{7}{3} - \frac{5}{2} : \frac{15}{4} = \frac{7}{3} - \frac{5}{2} \times \frac{4}{15} = \frac{7}{3} - \frac{5 \times 2 \times 2}{2 \times 5 \times 3} = \frac{7}{3} - \frac{2}{3} = \frac{5}{3}.$
47. $36 \times 2^{-4} \times 6^7 \times 3^{-4} = 6^2 \times 2^{-4} \times 6^7 \times 3^{-4} = 2^{-4} \times 3^{-4} \times 6^2 \times 6^7 = (2 \times 3)^{-4} \times 6^9 = 6^{-4} \times 6^9 = 6^5.$
48. $\frac{2^7 \times 4^{-3}}{8^5} = \frac{2^7 \times (2^2)^{-3}}{(2^3)^5} = \frac{2^7 \times 2^{-6}}{2^{15}} = \frac{2^1}{2^{15}} = 2^{-14}.$
49. $\frac{(27^2)^{-1}}{3^{-4} \times 9^3} = \frac{27^{-2}}{3^{-4} \times (3^2)^3} = \frac{(3^3)^{-2}}{3^{-4} \times 3^6} = \frac{3^{-6}}{3^2} = 3^{-8}.$
50. $\frac{1}{10} \times (2 \times 5 \times 7)^{-4} = \frac{1}{2 \times 5} \times 2^{-4} \times 5^{-4} \times 7^{-4} = 2^{-5} \times 5^{-5} \times 7^{-4}.$
51. $2^8 \times \left(\frac{3}{4}\right)^5 \times \frac{1}{9} = 2^8 \times \frac{3^5}{4^5} \times \frac{1}{3^2} = 2^8 \times \frac{3^3}{(2^2)^5} = 2^8 \times \frac{3^3}{2^{10}} = \frac{3^3}{2^2}.$
52. La proposition « $\frac{7^{14} - 7^{13}}{6} = 7^{13}$ » est vraie. En effet, on a

$$\frac{7^{14} - 7^{13}}{6} = \frac{7^{13}(7 - 1)}{6} = \frac{7^{13} \times 6}{6} = 7^{13}.$$

53. $\sqrt{225} = 15$.

54. La proposition « $\sqrt{2^{10}} = 2^5$ » est vraie. En effet, on a $\sqrt{2^{10}} = \sqrt{(2^5)^2} = 2^5$.

55.

$$\begin{aligned} -\sqrt{40} \times 2\sqrt{6^2 - 26} &= -\sqrt{4 \times 10} \times 2\sqrt{36 - 26} \\ &= -\sqrt{4} \times \sqrt{10} \times 2\sqrt{10} \\ &= -2 \times \sqrt{10} \times 2 \times \sqrt{10} \\ &= -2 \times 2 \times \sqrt{10} \times \sqrt{10} \\ &= -4 \times (\sqrt{10})^2 \\ &= -4 \times 10 \\ &= -40. \end{aligned}$$

56. $-2\sqrt{3} \times 5\sqrt{3} + 3\sqrt{5} \times (-2\sqrt{5}) = -10 \times 3 - 6 \times 5 = -30 - 30 = -60$.

57.

$$\begin{aligned} -3\sqrt{28} + 7\sqrt{63} - 2\sqrt{700} &= -3\sqrt{4 \times 7} + 7\sqrt{9 \times 7} - 2\sqrt{100 \times 7} \\ &= -3 \times 2\sqrt{7} + 7 \times 3\sqrt{7} - 20\sqrt{7} \\ &= -6\sqrt{7} + 21\sqrt{7} - 20\sqrt{7} \\ &= -5\sqrt{7}. \end{aligned}$$

58. $\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{8}} = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{2}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{3}{2\sqrt{2}} = \frac{3 \times \sqrt{2}}{2\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{4}$.

59. $|(-2)^{-3} - (-1)^6| = \left| \frac{1}{(-2)^3} - 1 \right| = \left| -\frac{1}{8} - 1 \right| = \left| -\frac{9}{8} \right| = \frac{9}{8}$.

60. La proposition « pour tous réels a et b , on a $|a + b| = |a| + |b|$ » est fausse. En effet, on a

$$|-1 + 2| = |1| = 1 \quad \text{tandis que} \quad |-1| + |2| = 1 + 2 = 3.$$