

Exercice 11

a. Pour tout réel x , on a

$$\begin{aligned}x + 2 = 5 &\iff x + 2 - 2 = 5 - 2 \\&\iff x = 3.\end{aligned}$$

L'équation admet une unique solution qui est 3.

b. Pour tout réel x , on a

$$\begin{aligned}x - 3 = 4 &\iff x - 3 + 3 = 4 + 3 \\&\iff x = 7\end{aligned}$$

L'équation admet une unique solution qui est 7.

c. Pour tout réel x , on a

$$\begin{aligned}4x = 12 &\iff \frac{4x}{4} = \frac{12}{4} \\&\iff x = 3.\end{aligned}$$

L'équation admet une unique solution qui est 3.

d. Pour tout réel x , on a

$$\begin{aligned}-2x = 16 &\iff \frac{-2x}{-2} = \frac{16}{-2} \\&\iff x = -8.\end{aligned}$$

L'équation admet une unique solution qui est -8 .

e. Pour tout réel x , on a

$$\begin{aligned}2x + 1 = 7 &\iff 2x + 1 - 1 = 7 - 1 \\&\iff 2x = 6 \\&\iff \frac{2x}{2} = \frac{6}{2} \\&\iff x = 3.\end{aligned}$$

L'équation admet une unique solution qui est 3.

f. Pour tout réel x , on a

$$\begin{aligned}3x - 5 = -2 &\iff 3x - 5 + 5 = -2 + 5 \\&\iff 3x = 3 \\&\iff \frac{3x}{3} = \frac{3}{3} \\&\iff x = 1.\end{aligned}$$

L'équation admet une unique solution qui est 1.

g. Pour tout réel x , on a

$$\begin{aligned}5x + 1 = 3x - 9 &\iff 5x + 1 - 3x = 3x - 9 - 3x \\&\iff 2x + 1 = -9 \\&\iff 2x + 1 - 1 = -9 - 1 \\&\iff 2x = -10 \\&\iff \frac{2x}{2} = \frac{-10}{2} \\&\iff x = -5.\end{aligned}$$

L'équation admet une unique solution qui est -5 .

h. Pour tout réel x , on a

$$\begin{aligned}
 -x - 8 = 7x - 6 &\Leftrightarrow -x - 8 + x = 7x - 6 + x \\
 &\Leftrightarrow -8 = 8x - 6 \\
 &\Leftrightarrow -8 + 6 = 8x - 6 + 6 \\
 &\Leftrightarrow -2 = 8x \\
 &\Leftrightarrow \frac{-2}{8} = \frac{8x}{8} \\
 &\Leftrightarrow -\frac{1}{4} = x.
 \end{aligned}$$

L'équation admet une unique solution qui est $-\frac{1}{4}$.

Exercice 12

a. Pour tout réel x , on a

$$\begin{aligned}
 x + \frac{1}{3} = \frac{1}{2} &\Leftrightarrow x + \frac{1}{3} - \frac{1}{3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \\
 &\Leftrightarrow x = \frac{3}{6} - \frac{2}{6} \\
 &\Leftrightarrow x = \frac{1}{6}.
 \end{aligned}$$

L'équation admet une unique solution qui est $\frac{1}{6}$.

b. Pour tout réel x , on a

$$\begin{aligned}
 x - \sqrt{2} = \sqrt{8} &\Leftrightarrow x - \sqrt{2} + \sqrt{2} = \sqrt{8} + \sqrt{2} \\
 &\Leftrightarrow x = 2\sqrt{2} + \sqrt{2} \\
 &\Leftrightarrow x = 3\sqrt{2}.
 \end{aligned}$$

L'équation admet une unique solution qui est $3\sqrt{2}$.

c. Pour tout réel x , on a

$$\begin{aligned}
 \frac{x}{2} = 3 &\Leftrightarrow \frac{x}{2} \times 2 = 3 \times 2 \\
 &\Leftrightarrow x = 6.
 \end{aligned}$$

L'équation admet une unique solution qui est 6.

d. Pour tout réel x , on a

$$\begin{aligned}
 \frac{2}{3}x = -6 &\Leftrightarrow \frac{2}{3}x : \frac{2}{3} = -6 : \frac{2}{3} \\
 &\Leftrightarrow x = -6 \times \frac{3}{2} \\
 &\Leftrightarrow x = -9.
 \end{aligned}$$

L'équation admet une unique solution qui est -9 .

e. Pour tout réel x , on a

$$\begin{aligned}
 \frac{3}{4}x + \frac{1}{6} = \frac{1}{3} &\Leftrightarrow \frac{3}{4}x + \frac{1}{6} - \frac{1}{6} = \frac{1}{3} - \frac{1}{6} \\
 &\Leftrightarrow \frac{3}{4}x = \frac{2}{6} - \frac{1}{6} \\
 &\Leftrightarrow \frac{3}{4}x = \frac{1}{6} \\
 &\Leftrightarrow x = \frac{1}{6} : \frac{3}{4}
 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{6} \times \frac{4}{3}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{2}{9}.$$

L'équation admet une unique solution qui est $\frac{2}{9}$.

f. Pour tout réel x , on a

$$\sqrt{2}x - \sqrt{3} = \sqrt{3} \Leftrightarrow \sqrt{2}x - \sqrt{3} + \sqrt{3} = \sqrt{3} + \sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2}x = 2\sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{2}x}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{2\sqrt{3} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{2\sqrt{6}}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \sqrt{6}.$$

L'équation admet une unique solution qui est $\sqrt{6}$.

g. Pour tout réel x , on a

$$\frac{x}{3} + 1 = x + \frac{2}{9} \Leftrightarrow \frac{1}{3}x + 1 = x + \frac{2}{9}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3}x + 1 - \frac{1}{3}x = x + \frac{2}{9} - \frac{1}{3}x$$

$$\Leftrightarrow 1 = \frac{2}{3}x + \frac{2}{9}$$

$$\Leftrightarrow 1 - \frac{2}{9} = \frac{2}{3}x + \frac{2}{9} - \frac{2}{9}$$

$$\Leftrightarrow \frac{7}{9} = \frac{2}{3}x$$

$$\Leftrightarrow \frac{7}{9} : \frac{2}{3} = \frac{2}{3}x : \frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{7}{9} \times \frac{3}{2} = x$$

$$\Leftrightarrow \frac{7}{6} = x.$$

L'équation admet une unique solution qui est $\frac{7}{6}$.

h. Pour tout réel x , on a

$$\frac{x-2}{5} = x - \frac{3}{4} \Leftrightarrow \frac{1}{5}(x-2) = x - \frac{3}{4}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{5}x - \frac{2}{5} = x - \frac{3}{4}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{5}x - \frac{2}{5} - \frac{1}{5}x = x - \frac{3}{4} - \frac{1}{5}x$$

$$\Leftrightarrow -\frac{2}{5} = \frac{4}{5}x - \frac{3}{4}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{2}{5} + \frac{3}{4} = \frac{4}{5}x - \frac{3}{4} + \frac{3}{4}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{8}{20} + \frac{15}{20} = \frac{4}{5}x$$

$$\Leftrightarrow \frac{7}{20} = \frac{4}{5}x$$

$$\Leftrightarrow \frac{7}{20} : \frac{4}{5} = x$$

$$\Leftrightarrow \frac{7}{20} \times \frac{5}{4} = x$$

$$\Leftrightarrow \frac{7}{16} = x.$$

L'équation admet une unique solution qui est $\frac{7}{16}$.

Exercice 13

- | | | |
|---------|---------|-------------|
| a. Oui. | c. Non. | e. Oui. |
| b. Non. | d. Oui. | f. Presque. |

Exercice 14

- a. Pour tout réel x , on a

$$(x-2)(3x+1)=0 \Leftrightarrow x-2=0 \text{ ou } 3x+1=0$$

$$\Leftrightarrow x=2 \text{ ou } 3x=-1$$

$$\Leftrightarrow x=2 \text{ ou } x=-\frac{1}{3}.$$

L'équation admet deux solutions qui sont 2 et $-\frac{1}{3}$.

- b. Pour tout réel x , on a

$$x(4x-1)=0 \Leftrightarrow x=0 \text{ ou } 4x-1=0$$

$$\Leftrightarrow x=0 \text{ ou } 4x=1$$

$$\Leftrightarrow x=0 \text{ ou } x=\frac{1}{4}.$$

L'équation admet deux solutions qui sont 0 et $\frac{1}{4}$.

- c. Pour tout réel x , on a

$$(3x-2)^2=0 \Leftrightarrow (3x-2)(3x-2)=0$$

$$\Leftrightarrow 3x-2=0 \text{ ou } 3x-2=0$$

$$\Leftrightarrow 3x=2$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{2}{3}.$$

L'équation admet une unique solution qui est $\frac{2}{3}$.

- d. Pour tout réel x , on a

$$(x-1)(x-2)(x+3)=0 \Leftrightarrow x-1=0 \text{ ou } x-2=0 \text{ ou } x+3=0$$

$$\Leftrightarrow x=1 \text{ ou } x=2 \text{ ou } x=-3.$$

L'équation admet trois solutions qui sont 1, 2 et -3 .

Exercice 15

- a. Pour tout réel x , on a

$$\begin{aligned}
2(5-x) + (2x-6)(5-x) = 0 &\iff (5-x)[2 + (2x-6)] = 0 \\
&\iff (5-x)[2+2x-6] = 0 \\
&\iff (5-x)(2x-4) = 0 \\
&\iff 5-x = 0 \text{ ou } 2x-4 = 0 \\
&\iff 5 = x \text{ ou } 2x = 4 \\
&\iff x = 5 \text{ ou } x = 2
\end{aligned}$$

L'équation admet deux solutions qui sont 5 et 2.

b. Pour tout réel x , on a

$$\begin{aligned}
(x+7)^2 - (3x+4)(x+7) = 0 &\iff (x+7)(x+7) - (3x+4)(x+7) = 0 \\
&\iff (x+7)[(x+7) - (3x+4)] = 0 \\
&\iff (x+7)[x+7-3x-4] = 0 \\
&\iff (x+7)(-2x+3) = 0 \\
&\iff x+7 = 0 \text{ ou } -2x+3 = 0 \\
&\iff x = -7 \text{ ou } 3 = 2x \\
&\iff x = -7 \text{ ou } \frac{3}{2} = x.
\end{aligned}$$

L'équation admet deux solutions qui sont -7 et $\frac{3}{2}$.

c. Pour tout réel x , on a

$$\begin{aligned}
4x^2 - 4x + 1 = 0 &\iff (2x-1)^2 = 0 \\
&\iff (2x-1)(2x-1) = 0 \\
&\iff 2x-1 = 0 \\
&\iff 2x = 1 \\
&\iff x = \frac{1}{2}.
\end{aligned}$$

L'équation admet une unique solution qui est $\frac{1}{2}$.

d. Pour tout réel x , on a

$$\begin{aligned}
5x^2 - 5 = 0 &\iff 5(x^2 - 1) = 0 \\
&\iff 5(x+1)(x-1) = 0 \\
&\iff \frac{5(x+1)(x-1)}{5} = \frac{0}{5} \\
&\iff (x+1)(x-1) = 0 \\
&\iff x+1 = 0 \text{ ou } x-1 = 0 \\
&\iff x = -1 \text{ ou } x = 1.
\end{aligned}$$

L'équation admet deux solutions qui sont -1 et 1 .

Exercice 16 L'erreur est la suivante : diviser les deux membres de l'équation par $x-5$ n'est pas licite car $x-5$ est nul pour $x=5$. La résolution correcte de l'équation donne deux solutions qui sont 1 et 5.

Exercice 17

a. Pour tout réel x , on a

$$\begin{aligned}
(2x+7)(3x-1) &= (2x+7)(x-3) \iff (2x+7)(3x-1) - (2x+7)(x-3) = 0 \\
&\iff (2x+7)[(3x-1) - (x-3)] = 0
\end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow (2x + 7)[3x - 1 - x + 3] = 0$$

$$\Leftrightarrow (2x + 7)(2x + 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x + 7 = 0 \text{ ou } 2x + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x = -7 \text{ ou } 2x = -2$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{7}{2} \text{ ou } x = -1.$$

L'équation admet deux solutions qui sont $-\frac{7}{2}$ et -1 .

b. Pour tout réel x , on a

$$(x - 2)^2 = 3(2x - 1)(x - 2) \Leftrightarrow (x - 2)^2 - 3(2x - 1)(x - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 2)(x - 2) - 3(2x - 1)(x - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 2)[(x - 2) - 3(2x - 1)] = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 2)[x - 2 - 6x + 3] = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 2)(-5x + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow x - 2 = 0 \text{ ou } -5x + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 2 \text{ ou } 1 = 5x$$

$$\Leftrightarrow x = 2 \text{ ou } \frac{1}{5} = x.$$

L'équation admet deux solutions qui sont 2 et $\frac{1}{5}$.

c. Pour tout réel x , on a

$$9x^2 + 12x + 4 = (3x + 2)(x + 4) \Leftrightarrow 9x^2 + 12x + 4 - (3x + 2)(x + 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow (3x + 2)^2 - (3x + 2)(x + 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow (3x + 2)(3x + 2) - (3x + 2)(x + 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow (3x + 2)[(3x + 2) - (x + 4)] = 0$$

$$\Leftrightarrow (3x + 2)[3x + 2 - x - 4] = 0$$

$$\Leftrightarrow (3x + 2)(2x - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x + 2 = 0 \text{ ou } 2x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x = -2 \text{ ou } 2x = 2$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{2}{3} \text{ ou } x = 1.$$

L'équation admet deux solutions qui sont $-\frac{2}{3}$ et 1 .

d. Pour tout réel x , on a

$$(2x + 5)(6x - 2) = 9x^2 - 1 \Leftrightarrow (2x + 5)(6x - 2) - (9x^2 - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (2x + 5)(6x - 2) - (3x + 1)(3x - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2(2x + 5)(3x - 1) - (3x + 1)(3x - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (3x - 1)[2(2x + 5) - (3x + 1)] = 0$$

$$\Leftrightarrow (3x - 1)[4x + 10 - 3x - 1] = 0$$

$$\Leftrightarrow (3x - 1)(x + 9) = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x - 1 = 0 \text{ ou } x + 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x = 1 \text{ ou } x = -9$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{3} \text{ ou } x = -9.$$

L'équation admet deux solutions qui sont $\frac{1}{3}$ et -9 .

Exercice 18

a. Pour tout réel x différent de -2 , on a

$$\frac{x-3}{x+2} = 0 \Leftrightarrow x-3 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 3.$$

L'équation admet une unique solution qui est 3.

b. Pour tout réel x différent de 2, on a

$$\frac{x-2}{8-4x} = 0 \Leftrightarrow x-2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 2.$$

L'équation n'a pas de solution.

c. Pour tout réel x différent de 2, on a

$$\frac{1}{x-2} - 3 = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{x-2} - \frac{3(x-2)}{x-2} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1-3(x-2)}{x-2} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1-3x+6}{x-2} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{-3x+7}{x-2} = 0$$

$$\Leftrightarrow -3x+7 = 0$$

$$\Leftrightarrow 7 = 3x$$

$$\Leftrightarrow \frac{7}{3} = x.$$

L'équation admet une unique solution qui est $\frac{7}{3}$.

d. Pour tout réel x différent de 2, on a

$$\frac{x+1}{x-2} = 2 \Leftrightarrow \frac{x+1}{x-2} - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x+1}{x-2} - \frac{2(x-2)}{x-2} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x+1-2(x-2)}{x-2} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x+1-2x+4}{x-2} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{-x+5}{x-2} = 0$$

$$\Leftrightarrow -x+5 = 0$$

$$\Leftrightarrow 5 = x.$$

L'équation admet une unique solution qui est 5.

e. Pour tout réel x différent de 1 et de -2 , on a

$$\begin{aligned}
\frac{3}{x-1} - \frac{1}{x+2} = 0 &\iff \frac{3(x+2)}{(x-1)(x+2)} - \frac{x-1}{(x+2)(x-1)} = 0 \\
&\iff \frac{3(x+2) - (x-1)}{(x-1)(x+2)} = 0 \\
&\iff \frac{3x+6-x+1}{(x-1)(x+2)} = 0 \\
&\iff \frac{2x+7}{(x-1)(x+2)} = 0 \\
&\iff 2x+7 = 0 \\
&\iff 2x = -7 \\
&\iff x = -\frac{7}{2}.
\end{aligned}$$

L'équation admet une unique solution qui est $-\frac{7}{2}$.

f. Pour tout réel x différent de 1 et de -1 , on a

$$\begin{aligned}
\frac{2x+1}{x-1} = \frac{2x+3}{x+1} &\iff \frac{2x+1}{x-1} - \frac{2x+3}{x+1} = 0 \\
&\iff \frac{(2x+1)(x+1)}{(x-1)(x+1)} - \frac{(2x+3)(x-1)}{(x+1)(x-1)} = 0 \\
&\iff \frac{(2x+1)(x+1) - (2x+3)(x-1)}{(x-1)(x+1)} = 0 \\
&\iff \frac{2x^2+2x+x+1-2x^2+2x-3x+3}{(x-1)(x+1)} = 0 \\
&\iff \frac{2x+4}{(x-1)(x+1)} = 0 \\
&\iff 2x+4 = 0 \\
&\iff 2x = -4 \\
&\iff x = -2.
\end{aligned}$$

L'équation admet une unique solution qui est -2 .

Exercice 19

a. On a $(-2)^2 = 4 > 2$, donc -2 est une solution de l'inéquation.

b. On a $\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \leq \frac{1}{2}$, donc $\frac{1}{2}$ n'est pas une solution de l'inéquation.

Exercice 20

a. Pour tout réel x , on a

$$x - 2 \geq 0 \iff x \geq 2.$$

L'ensemble des solutions de l'inéquation est $[2, +\infty[$.

b. Pour tout réel x , on a

$$x + 2 > -1 \iff x > -3.$$

L'ensemble des solutions de l'inéquation est $] -3, +\infty[$.

c. Pour tout réel x , on a

$$4x \leq -8 \iff x \leq -2.$$

L'ensemble des solutions de l'inéquation est $] -\infty, -2]$.

d. Pour tout réel x , on a

$$-2x < 6 \iff x > -3.$$

L'ensemble des solutions de l'inéquation est $] -3, +\infty[$.

e. Pour tout réel x , on a

$$\begin{aligned} 3x + 2 &\geq 0 \iff 3x \geq -2 \\ &\iff x \geq -\frac{2}{3}. \end{aligned}$$

L'ensemble des solutions de l'inéquation est $\left[-\frac{2}{3}, +\infty\right[$.

f. Pour tout réel x , on a

$$\begin{aligned} -4x + 3 &< -1 \iff -4x < -4 \\ &\iff x > 1. \end{aligned}$$

L'ensemble des solutions de l'inéquation est $]1, +\infty[$.

g. Pour tout réel x , on a

$$\begin{aligned} -2x + 1 &\leq 3x - 4 \iff 1 \leq 5x - 4 \\ &\iff 5 \leq 5x \\ &\iff 1 \leq x. \end{aligned}$$

L'ensemble des solutions de l'inéquation est $[1, +\infty[$.

h. Pour tout réel x , on a

$$\begin{aligned} -x + 3 &> 5x - 2 \iff 3 > 6x - 2 \\ &\iff 5 > 6x \\ &\iff \frac{5}{6} > x. \end{aligned}$$

L'ensemble des solutions de l'inéquation est $] -\infty, \frac{5}{6}[$.

Exercice 21

a. Pour tout réel x , on a

$$\begin{aligned} x - \frac{5}{6} &> \frac{1}{3} \iff x > \frac{1}{3} + \frac{5}{6} \\ &\iff x > \frac{7}{6}. \end{aligned}$$

L'ensemble des solutions de l'inéquation est $] \frac{7}{6}, +\infty[$.

b. Pour tout réel x , on a

$$\begin{aligned} x + \sqrt{3} &\leq \sqrt{12} \iff x \leq \sqrt{12} - \sqrt{3} \\ &\iff x \leq 2\sqrt{3} - \sqrt{3} \\ &\iff x \leq \sqrt{3}. \end{aligned}$$

L'ensemble des solutions de l'inéquation est $] -\infty, \sqrt{3}]$.

c. Pour tout réel x , on a

$$-\frac{x}{4} \geq 2 \iff x \leq -8.$$

L'ensemble des solutions de l'inéquation est $] -\infty, -8]$.

d. Pour tout réel x , on a

$$\begin{aligned} \frac{5}{7}x &< -10 \iff x < -10 \times \frac{7}{5} \\ &\iff x < -14. \end{aligned}$$

L'ensemble des solutions de l'inéquation est $] -\infty, -14[$.

e. Pour tout réel x , on a

$$\begin{aligned}\frac{2}{3}x - \frac{5}{4} &\geq -\frac{1}{4} \iff \frac{2}{3}x \geq 1 \\ &\iff x \geq \frac{3}{2}.\end{aligned}$$

L'ensemble des solutions de l'inéquation est $\left[\frac{3}{2}, +\infty\right[$.

f. Pour tout réel x , on a

$$\begin{aligned}-\sqrt{5}x + \sqrt{5} &< 2\sqrt{5} \iff -\sqrt{5}x < \sqrt{5} \\ &\iff x > -1.\end{aligned}$$

L'ensemble des solutions de l'inéquation est $] -1, +\infty[$.

g. Pour tout réel x , on a

$$\begin{aligned}\frac{x}{4} - \frac{3}{5} &\leq \frac{2x}{3} + \frac{1}{10} \iff -\frac{3}{5} - \frac{1}{10} \leq \frac{2}{3}x - \frac{1}{4}x \\ &\iff -\frac{7}{10} \leq \frac{5}{12}x \\ &\iff -\frac{7}{10} \times \frac{12}{5} \leq x \\ &\iff -\frac{42}{25} \leq x.\end{aligned}$$

L'ensemble des solutions de l'inéquation est $\left[-\frac{42}{25}, +\infty\right[$.

h. Pour tout réel x , on a

$$\begin{aligned}\frac{2x+1}{7} &> \frac{x-3}{5} \iff 35 \times \frac{2x+1}{7} > 35 \times \frac{x-3}{5} \\ &\iff 5(2x+1) > 7(x-3) \\ &\iff 10x+5 > 7x-21 \\ &\iff 3x > -26 \\ &\iff x > -\frac{26}{3}.\end{aligned}$$

L'ensemble des solutions de l'inéquation est $\left]-\frac{26}{3}, +\infty\right[$.

Exercice 22

- a. Oui.
b. Non.

- c. Oui.
d. Non.

- e. Oui.
f. Non.

Exercice 23

a.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$3x-6$	$-$	0	$+$

c.

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$x+1$	$-$	0	$+$

b.

x	$-\infty$	$\frac{9}{2}$	$+\infty$
$-2x+9$	$+$	0	$-$

d.

x	$-\infty$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
$\frac{3}{2}-x$	$+$	0	$-$

e.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
x	$-$	0	$+$

g.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$2x$	$-$	0	$+$

f.

x	$-\infty$	-20	$+\infty$
$-\frac{x}{5} - 4$	$+$	0	$-$

h.

x	$-\infty$	$\frac{1}{6}$	$+\infty$
$-\frac{1}{2} + 3x$	$-$	0	$+$

Exercice 24

a.

x	$-\infty$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$+\infty$
$-3x + 1$	$+$	$+$	0	$-$
$8x - 2$	$-$	0	$+$	$+$
$(-3x + 1)(8x - 2)$	$-$	0	0	$-$

L'ensemble des solutions de l'inéquation $(-3x + 1)(8x - 2) \geq 0$ est $\left[\frac{1}{4}, \frac{1}{3}\right]$.

b.

x	$-\infty$	3	4	$+\infty$	
$-x + 3$	$+$	0	$-$	$-$	
$8 - 2x$	$+$		$+$	0	$-$
$(-x + 3)(8 - 2x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

L'ensemble des solutions de l'inéquation $(-x + 3)(8 - 2x) > 0$ est $]-\infty, 3[\cup]4, +\infty[$.

c.

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
x	$-$	0	$+$	$+$	
$x - 1$	$-$		$-$	0	$+$
$x(x - 1)$	$+$	0	$-$	0	$+$

L'ensemble des solutions de l'inéquation $x(x - 1) \leq 0$ est $[0, 1]$.

d.

x	$-\infty$	-4	$\frac{1}{2}$	3	$+\infty$
$2x - 1$	$-$	$-$	0	$+$	$+$
$x - 3$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$x + 4$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$(2x - 1)(x - 3)(x + 4)$	$-$	0	$+$	0	$+$

L'ensemble des solutions de l'inéquation $(2x - 1)(x - 3)(x + 4) < 0$ est $]-\infty, -4[\cup \left] \frac{1}{2}, 3[$.

Exercice 25a. Pour tout réel x , on a

$$(4 - x)(2x - 5) + 3(4 - x) \leq 0 \iff (4 - x)[(2x - 5) + 3] \leq 0$$

$$\iff (4 - x)(2x - 2) \leq 0.$$

x	$-\infty$	1	4	$+\infty$
$4 - x$	$+$	$+$	0	$-$
$2x - 2$	$-$	0	$+$	$+$
$(4 - x)(2x - 2)$	$-$	0	0	$-$

L'ensemble des solutions de l'inéquation est $]-\infty, 1] \cup [4, +\infty[$.

b. Pour tout réel x , on a

$$(x - 6)^2 - (x - 6)(2x + 1) > 0 \iff (x - 6)[(x - 6) - (2x + 1)] > 0$$

$$\iff (x - 6)(-x - 7) > 0.$$

x	$-\infty$	-7	6	$+\infty$	
$x - 6$	$-$	$-$	0	$+$	
$-x - 7$	$+$	0	$-$	$-$	
$(x - 6)(-x - 7)$	$-$	0	$+$	0	$-$

L'ensemble des solutions de l'inéquation est $]-7, -6[$.

c. Pour tout réel x , on a

$$9x^2 - 24x + 16 \leq 0 \iff (3x - 4)^2 \leq 0$$

$$\iff (3x - 4)^2 = 0,$$

car un carré est toujours positif. On peut donc conclure sans faire de tableau de signes : l'inéquation admet une unique solution qui est $\frac{4}{3}$.

d. Pour tout réel x , on a

$$7x^3 - 28x < 0 \iff 7x(x^2 - 4) < 0$$

$$\iff 7x(x + 2)(x - 2) < 0.$$

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$7x$	—	—	0	+	+
$x - 2$	—	—	—	0	+
$x + 2$	—	0	+	+	+
$7x(x - 2)(x + 2)$	—	0	+	0	+

L'ensemble des solutions de l'inéquation est $] -\infty, -2[\cup] 0, 2[$.

Exercice 26

a. Pour tout réel x , on a

$$\begin{aligned}
 (3x - 4)(2x + 5) &\geq (3x - 4)(x - 2) \iff (3x - 4)(2x + 5) - (3x - 4)(x - 2) \geq 0 \\
 &\iff (3x - 4)[(2x + 5) - (x - 2)] \geq 0 \\
 &\iff (3x - 4)(x + 7) \geq 0.
 \end{aligned}$$

x	$-\infty$	-7	$\frac{4}{3}$	$+\infty$
$3x - 4$	—	—	0	+
$x + 7$	—	0	+	+
$(3x - 4)(x + 7)$	+	0	0	+

L'ensemble des solutions de l'inéquation est $] -\infty, -7] \cup \left[\frac{4}{3}, +\infty\right[$.

b. Pour tout réel x , on a

$$\begin{aligned}
 (x + 3)^2 &< (4x - 1)(x + 3) \iff (x + 3)^2 - (4x - 1)(x + 3) < 0 \\
 &\iff (x + 3)[(x + 3) - (4x - 1)] < 0 \\
 &\iff (x + 3)(-3x + 4) < 0.
 \end{aligned}$$

x	$-\infty$	-3	$\frac{4}{3}$	$+\infty$
$x + 3$	—	0	+	+
$-3x + 4$	+	+	0	—
$(x + 3)(-3x + 4)$	—	0	0	—

L'ensemble des solutions de l'inéquation est $] -\infty, -3[\cup \left]\frac{4}{3}, +\infty\right[$.

c. Pour tout réel x , on a

$$\begin{aligned}
 4x^2 - 20x + 25 &\leq (6x - 15)(x + 1) \iff 4x^2 - 20x + 25 - (6x - 15)(x + 1) \leq 0 \\
 &\iff (2x - 5)^2 - 3(2x - 5)(x + 1) \leq 0 \\
 &\iff (2x - 5)[(2x - 5) - 3(x + 1)] \leq 0 \\
 &\iff (2x - 5)(-x - 8) \leq 0.
 \end{aligned}$$

x	$-\infty$	-8	$\frac{5}{2}$	$+\infty$
$2x - 5$	$-$	$-$	0	$+$
$-x - 8$	$+$	0	$-$	$-$
$(2x - 5)(-x - 8)$	$-$	0	0	$-$

L'ensemble des solutions de l'inéquation est $]-\infty, -8] \cup \left[\frac{5}{2}, +\infty\right[$.

d. Pour tout réel x , on a

$$\begin{aligned}
 (x - 4)(5 - 2x) &> 16 - x^2 \iff (x - 4)(5 - 2x) - (16 - x^2) > 0 \\
 &\iff (x - 4)(5 - 2x) - (4 + x)(4 - x) > 0 \\
 &\iff (x - 4)(5 - 2x) + (4 + x)(x - 4) > 0 \\
 &\iff (x - 4)[(5 - 2x) + (4 + x)] > 0 \\
 &\iff (x - 4)(-x + 9) > 0.
 \end{aligned}$$

L'ensemble des solutions de l'inéquation est $]4, 9[$.

x	$-\infty$	4	9	$+\infty$
$x - 4$	$-$	0	$+$	$+$
$-x + 9$	$+$	$+$	0	$-$
$(x - 4)(-x + 9)$	$-$	0	0	$-$

Exercice 27

a.

x	$-\infty$	2	5	$+\infty$
$4 - 2x$	$+$	0	$-$	$-$
$x - 5$	$-$	$-$	0	$+$
$\frac{4-2x}{x-5}$	$-$	0	$+$	$-$

L'ensemble des solutions de l'inéquation $\frac{4-2x}{x-5} < 0$ est $]-\infty, 2[\cup]5, +\infty[$.

b. Pour tout réel x différent de -1 , on a

$$\begin{aligned}
 \frac{2}{x+1} - 4 &\geq 0 \iff \frac{2}{x+1} - \frac{4(x+1)}{x+1} \geq 0 \\
 &\iff \frac{2 - 4(x+1)}{x+1} \geq 0 \\
 &\iff \frac{-4x - 2}{x+1} \geq 0.
 \end{aligned}$$

x	$-\infty$	-1	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
$-4x - 2$	+	+	0	-
$x + 1$	-	0	+	+
$\frac{-4x-2}{x+1}$	-	+	0	-

L'ensemble des solutions de l'inéquation est $\left]-1, -\frac{1}{2}\right]$.

c. Pour tout réel x différent de -3 , on a

$$\begin{aligned}
 \frac{x-2}{x+3} < 2 &\Leftrightarrow \frac{x-2}{x+3} - 2 < 0 \\
 &\Leftrightarrow \frac{x-2}{x+3} - \frac{2(x+3)}{x+3} < 0 \\
 &\Leftrightarrow \frac{x-2-2(x+3)}{x+3} < 0 \\
 &\Leftrightarrow \frac{-x-8}{x+3} < 0.
 \end{aligned}$$

x	$-\infty$	-8	-3	$+\infty$
$-x - 8$	+	0	-	-
$x + 3$	-	-	0	+
$\frac{-x-8}{x+3}$	-	0	+	-

L'ensemble des solutions de l'inéquation est $]-\infty, -8[\cup]-3, +\infty[$.

d.

x	$-\infty$	-1	2	3	$+\infty$	
$x - 3$	$-$	$-$	$-$	0	$+$	
$x + 1$	$-$	0	$+$	$+$	$+$	
$x - 2$	$-$	$-$	0	$+$	$+$	
$\frac{(x-3)(x+1)}{x-2}$	$-$	0	$+$	$-$	0	$+$

L'ensemble des solutions de l'inéquation $\frac{(x-3)(x+1)}{x-2} > 0$ est $]-1, 2[\cup]3, +\infty[$.

e. Pour tout réel x différent de 1 et de -2 , on a

$$\begin{aligned}
 \frac{2}{x-1} + \frac{3}{x+2} \geq 0 &\Leftrightarrow \frac{2(x+2)}{(x-1)(x+2)} + \frac{3(x-1)}{(x+2)(x-1)} \geq 0 \\
 &\Leftrightarrow \frac{2(x+2) + 3(x-1)}{(x-1)(x+2)} \geq 0 \\
 &\Leftrightarrow \frac{5x+1}{(x-1)(x+2)} \geq 0.
 \end{aligned}$$

x	$-\infty$	-2	$-\frac{1}{5}$	1	$+\infty$
$5x + 1$	$-$	$-$	0	$+$	$+$
$x - 1$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$x + 2$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$\frac{5x+1}{(x-1)(x+2)}$	$-$	$+$	0	$-$	$+$

L'ensemble des solutions de l'inéquation est $]-2, -\frac{1}{5}] \cup]1, +\infty[$.

f. Pour tout réel x différent de 1 et de -1 , on a

$$\begin{aligned}
 \frac{x+2}{x-1} &\geq \frac{x+4}{x+1} \iff \frac{x+2}{x-1} - \frac{x+4}{x+1} \geq 0 \\
 &\iff \frac{(x+2)(x+1) - (x+4)(x-1)}{(x-1)(x+1)} \geq 0 \\
 &\iff \frac{(x+2)(x+1) - (x+4)(x-1)}{(x-1)(x+1)} \geq 0 \\
 &\iff \frac{x^2 + 3x + 2 - (x^2 + 3x - 4)}{(x-1)(x+1)} \geq 0 \\
 &\iff \frac{6}{(x-1)(x+1)} \geq 0.
 \end{aligned}$$

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
6	$+$	$+$	$+$	
$x - 1$	$-$	$-$	0	$+$
$x + 1$	$-$	0	$+$	$+$
$\frac{6}{(x-1)(x+1)}$	$+$	$-$	$+$	

L'ensemble des solutions de l'inéquation est $]-\infty, -1[\cup]1, +\infty[$.

Exercice 28

a.

$$\begin{aligned}
 A &= 2x^2 + 8x + 8 - (x+2)(3x-5) \\
 &= 2x^2 + 8x + 8 - (3x^2 - 5x + 6x - 10) \\
 &= 2x^2 + 8x + 8 - (3x^2 + x - 10) \\
 &= 2x^2 + 8x + 8 - 3x^2 - x + 10 \\
 &= -x^2 + 7x + 18.
 \end{aligned}$$

b.

$$2x^2 + 8x + 8 = 2(x^2 + 4x + 4) = 2(x+2)^2,$$

puis

$$\begin{aligned}
 A &= 2(x+2)^2 - (x+2)(3x-5) \\
 &= (x+2)[2(x+2) - (3x-5)] \\
 &= (x+2)[2x+4-3x+5] \\
 &= (x+2)(-x+9).
 \end{aligned}$$

c. Pour tout réel x , on a

$$\begin{aligned}
 A = 0 &\iff (x + 2)(-x + 9) = 0 \\
 &\iff x + 2 = 0 \text{ ou } -x + 9 = 0 \\
 &\iff x = -2 \text{ ou } 9 = x.
 \end{aligned}$$

L'équation admet deux solutions qui sont -2 et 9 .

Exercice 29

a.

$$\begin{aligned}
 A &= 9x^2 - 30x + 25 - (16x^2 + 8x + 1) \\
 &= 9x^2 - 30x + 25 - 16x^2 - 8x - 1 \\
 &= -7x^2 - 38x + 24.
 \end{aligned}$$

b.

$$\begin{aligned}
 A &= (3x - 5)^2 - (4x + 1)^2 \\
 &= [(3x - 5) + (4x + 1)][(3x - 5) - (4x + 1)] \\
 &= (7x - 4)(-x - 6).
 \end{aligned}$$

c. Pour tout réel x , on a

$$\begin{aligned}
 A = 0 &\iff (7x - 4)(-x - 6) = 0 \\
 &\iff 7x - 4 = 0 \text{ ou } -x - 6 = 0 \\
 &\iff 7x = 4 \text{ ou } -6 = x \\
 &\iff x = \frac{4}{7} \text{ ou } x = -6
 \end{aligned}$$

L'équation admet deux solutions qui sont $\frac{4}{7}$ et -6 .

Exercice 30

a.

$$\begin{aligned}
 A &= x^2 - 9 + 2(x - 3)^2 - (7x + 1)(4x - 12) \\
 &= x^2 - 9 + 2(x^2 - 6x + 9) - (28x^2 - 84x + 4x - 12) \\
 &= x^2 - 9 + 2x^2 - 12x + 18 - (28x^2 - 80x - 12) \\
 &= 3x^2 - 12x + 9 - 28x^2 + 80x + 12 \\
 &= -25x^2 + 68x + 21.
 \end{aligned}$$

b.

$$\begin{aligned}
 A &= (x + 3)(x - 3) + 2(x - 3)^2 - 4(7x + 1)(x - 3) \\
 &= (x - 3)[(x + 3) + 2(x - 3) - 4(7x + 1)] \\
 &= (x - 3)[x + 3 + 2x - 6 - 28x - 4] \\
 &= (x - 3)(-25x - 7).
 \end{aligned}$$

c. Pour tout réel x , on a

$$\begin{aligned}
 A = 0 &\iff (x - 3)(-25x - 7) = 0 \\
 &\iff x - 3 = 0 \text{ ou } -25x - 7 = 0 \\
 &\iff x = 3 \text{ ou } -25x = 7 \\
 &\iff x = 3 \text{ ou } x = -\frac{7}{25}.
 \end{aligned}$$

L'équation admet deux solutions qui sont 3 et $-\frac{7}{25}$.